

ЭКЗАМЕНАЦИОННАЯ РАБОТА
для проведения государственной (итоговой) аттестации
выпускников IX классов общеобразовательных учреждений в 2010 году
(в новой форме) по МАТЕМАТИКЕ (АЛГЕБРЕ)

Демонстрационный вариант 1

Пояснения к демонстрационному варианту экзаменационной работы

При ознакомлении с Демонстрационным вариантом следует иметь в виду, что включенные в него задания не отражают всех элементов содержания, которые будут проверяться с помощью вариантов КИМ в 2010 году. Полный перечень элементов содержания, которые могут контролироваться на экзамене 2009 года, приведен в кодификаторе, помещенном на сайте www.fipi.ru.

Назначение демонстрационного варианта заключается в том, чтобы дать возможность любому участнику экзамена и широкой общественности составить представление о структуре будущей экзаменационной работы, числе и форме заданий, а также их уровне сложности. Приведенные критерии оценки выполнения заданий с развернутым ответом, включенные в этот вариант, позволят составить представление о требованиях к полноте и правильности записи развернутого ответа.

Инструкция по выполнению работы

1. Работа состоит из двух частей. В первой части 16 заданий, во второй – 5. На выполнение всей работы отводится 4 часа. Время на выполнение первой части ограничено: на нее отводится 60 минут.

2. При выполнении заданий первой части нужно указывать только ответы.

При этом:

- если к заданию приводятся варианты ответов (четыре ответа, из них верный только один), то надо обвести кружком цифру, соответствующую верному ответу;
- если ответы к заданию не приводятся, то полученный ответ надо вписать в отведенном для этого месте.
- Если требуется соотнести некоторые объекты (например, графики, обозначенные буквами А, Б, В, и формулы, обозначенные цифрами 1, 2, 3, 4), то впишите в приведенную в ответе таблицу под каждой буквой соответствующую цифру.

3. Если вы ошиблись при выборе ответа, то зачеркните отмеченную цифру и обведите нужную:

~~1~~) 26 2) 20 ③) 15 4) 10

В случае записи неверного ответа зачеркните его и запишите новый:

Ответ: ~~$x = -12$~~ $x = 3$

4. Все необходимые вычисления, преобразования и пр. выполняйте в черновике. Если задание содержит рисунок, то на нем можно проводить нужные линии, отмечать точки.

5. Задания второй части выполняются на отдельных листах с записью хода решения. Текст задания можно не переписывать, необходимо лишь указать его номер.

Желаем успеха!

Часть 1

1 Площадь территории Испании составляет 506 тыс. км². Как эта величина записывается в стандартном виде?

- 1) $5,06 \cdot 10^2$ км² 3) $5,06 \cdot 10^4$ км²
2) $5,06 \cdot 10^3$ км² 4) $5,06 \cdot 10^5$ км²

2 Из 59 девятиклассников школы 22 человека приняли участие в городских спортивных соревнованиях. Сколько примерно процентов девятиклассников приняли участие в соревнованиях?

- 1) 0,37% 2) 27% 3) 37% 4) 2,7%

3 Числа x и y отмечены точками на координатной прямой. Расположите в порядке возрастания числа $\frac{1}{x}$, $\frac{1}{y}$ и 1.



- 1) $\frac{1}{x}, \frac{1}{y}, 1$ 2) $1, \frac{1}{y}, \frac{1}{x}$ 3) $\frac{1}{x}, 1, \frac{1}{y}$ 4) $\frac{1}{y}, \frac{1}{x}, 1$

4 Найдите значение выражения $\frac{x^4}{4} + \frac{x^3}{3} - 1$ при $x = 1$.

Ответ: _____

5 Из формулы периода обращения $T = \frac{t}{N}$ выразите время вращения t .

Ответ: _____

6 Какое из данных выражений нельзя преобразовать к виду $\frac{\sqrt{15}}{10}$?

- 1) $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{4} \cdot \sqrt{5}}$ 2) $\sqrt{\frac{3}{20}}$ 3) $\frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{5}}$ 4) $\frac{\sqrt{3}}{10}$

7 В какое из приведенных ниже выражений можно преобразовать произведение $(x-4)(x-2)$?

- 1) $(x-4)(2-x)$
2) $-(x-4)(2-x)$
3) $(4-x)(x-2)$
4) $-(4-x)(2-x)$

8 Представьте выражение $6m + \frac{3-7m^2}{m}$ в виде дроби.

Ответ: _____

9 Решите уравнение $x^2 + 7x - 18 = 0$.

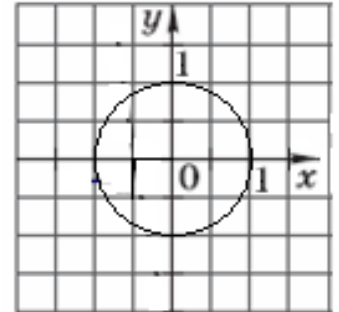
Ответ: _____

10 Окружность, изображенная на рисунке, задается уравнением $x^2 + y^2 = 1$. Используя этот рисунок, для каждой системы уравнений укажите соответствующее ей утверждение.

А) $\begin{cases} x^2 + y^2 = 1, \\ y = -x \end{cases}$ 1) Система имеет одно решение

Б) $\begin{cases} x^2 + y^2 = 1, \\ y = x - 2 \end{cases}$ 2) Система имеет два решения

В) $\begin{cases} x^2 + y^2 = 1, \\ y = -1 \end{cases}$ 3) Система не имеет решений



Ответ:

А	Б	В

11 Прочитайте задачу:

«Фотография имеет форму прямоугольника со сторонами 10 см и 15 см. Ее наклеили на белую бумагу так, что вокруг всей фотографии получилась белая окантовка одной и той же ширины. Площадь, которую занимает фотография с окантовкой, равна 500 см^2 . Какова ширина окантовки?»

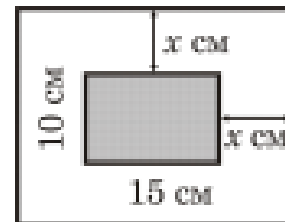
Пусть ширина окантовки равна x см. Какое уравнение соответствует условию задачи?

1) $(10 + 2x)(15 + 2x) = 500$

2) $(10 + x)(15 + x) = 500$

3) $10 \cdot 15 + (10x + 15x) \cdot 2 = 500$

4) $(10 + 2x)(15 + x) = 500$



12 Из арифметических прогрессий, заданных формулой n -го члена, выберите ту, для которой выполняется условие $a_{25} < 0$.

1) $a_n = 2n$

3) $a_n = -2n + 100$

2) $a_n = -2n + 50$

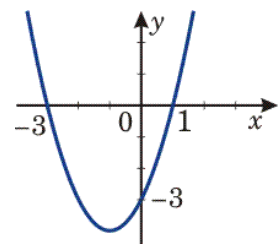
4) $a_n = 2n - 100$

13 Решите неравенство $20 - 3(x + 5) < 1 - 7x$.

Ответ: _____

14 На рисунке изображен график функции $y = x^2 + 2x - 3$. Используя график, решите неравенство $x^2 + 2x - 3 < 0$.

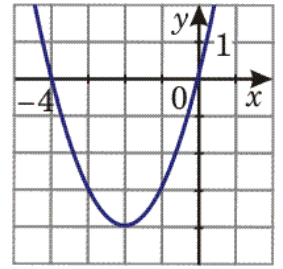
Ответ: _____



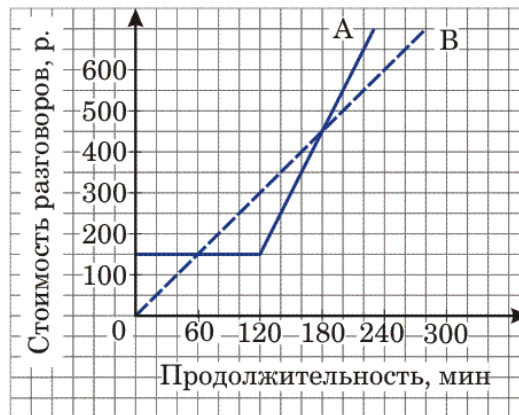
15

График какой из перечисленных ниже функций изображен на рисунке?

- 1) $y = x^2 + 4$
- 2) $y = x^2 + 4x$
- 3) $y = -x^2 - 4x$
- 4) $y = -x^2 - 4$

**16**

Компания предлагает на выбор два разных тарифа для оплаты телефонных разговоров: тариф А и тариф В. Для каждого тарифа зависимость стоимости разговора от его продолжительности изображена графически. На сколько минут хватит 550 р., если используется тариф В?



Ответ: _____

Часть 2

При выполнении заданий 17-21 используйте отдельный лист (бланк). Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение.

17 Решите уравнение $x^3 - 6x^2 - 4x + 24 = 0$.

18 Решите неравенство $(\sqrt{19} - 4,5)(5 - 3x) > 0$.

19 В геометрической прогрессии сумма первого и второго членов равна 108, а сумма второго и третьего членов равна 135. Найдите первые три члена этой прогрессии.

20 Прямая $2x + 3y = c$, где c – некоторое число, касается гиперболы $y = \frac{6}{x}$ в точке с отрицательными координатами. Найдите c .

21 Из пункта А в пункт В, расположенный ниже по течению реки, отправился плот. Одновременно навстречу ему из пункта В вышел катер. Встретив плот, катер сразу повернул и поплыл назад. Какую часть пути от А до В пройдет плот к моменту возвращения катера в пункт В, если скорость катера в стоячей воде вчетверо больше скорости течения реки?

Система оценивания экзаменационной работы

Ответы к заданиям части 1

Номер задания	Правильный ответ
1	4
2	3
3	1
4	$-\frac{5}{12}$
5	$t = TN$
6	4
7	2
8	$\frac{3-m^2}{m}$
9	$x_1 = 2, x_2 = -9$
10	231
11	1
12	4
13	$x < -1$
14	$(-3;1)$
15	2
16	220 мин

Решения и критерии оценивания к заданиям части 2

17 Решите уравнение $x^3 - 6x^2 - 4x + 24 = 0$.

//Ответ: $-2; 2; 6$.

//Решение. Разложим на множители левую часть уравнения. Получим: $x^2(x-6) - 4(x-6) = 0$, $(x-6)(x^2-4) = 0$, $x-6=0$ или $x^2-4=0$. Значит, уравнение имеет корни: $-2; 2; 6$.

Модель 1

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	Ход решения верный, оба его шага выполнены, получен верный ответ.
1	Ход решения правильный, многочлен в левой части уравнения разложен на множители, но при этом допущена ошибка в знаке, например, получен двучлен $x^2 + 4$, ответ дан с учетом этой ошибки. Или: допущена описка на последнем шаге.
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям.

Модель 2

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
2	Ход решения верный, оба его шага выполнены, получен верный ответ.
1	Ход решения правильный, многочлен в левой части уравнения разложен на множители, но при этом допущена ошибка в знаке, например, получен двучлен $x^2 + 4$, ответ дан с учетом этой ошибки. Или: допущена описка на последнем шаге.
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям.

18 Решите неравенство $(\sqrt{19} - 4,5)(5 - 3x) > 0$.

//Ответ: $(1\frac{2}{3}; +\infty)$. Другая возможная форма ответа: $x > 1\frac{2}{3}$.

//Решение. 1) Определим знак разности $\sqrt{19} - 4,5$. Так как $4,5 = \sqrt{20,25}$ и $\sqrt{20,25} > \sqrt{19}$, то $\sqrt{19} - 4,5 < 0$.

2) Получаем неравенство: $5 - 3x < 0$. Отсюда $x > 1\frac{2}{3}$.

Модель 1

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
4	Ход решения верный, оба его шага выполнены, получен верный ответ.

3	Ход решения верный, правильно выполнен первый шаг, но при решении линейного неравенства допущена вычислительная ошибка или описка.
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям.

Модель 2

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
3	Ход решения верный, оба его шага выполнены, получен верный ответ.
2	Ход решения верный, правильно выполнен первый шаг, но при решении линейного неравенства допущена вычислительная ошибка или описка.
1	Знак разности определен правильно, но при дальнейшем решении знак неравенства не изменен, и с учетом этого получившееся неравенство решено верно. Или: знак разности определен неправильно, и с учетом этого дальнейшие шаги выполнены правильно.
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям.

19

В геометрической прогрессии сумма первого и второго членов равна 108, а сумма второго и третьего членов равна 135. Найдите первые три члена этой прогрессии.

//Ответ: 48, 60, 75.

//Решение. 1) Пусть (b_n) – данная геометрическая прогрессия. Составим систему $\begin{cases} b_1 + b_1q = 108 \\ b_1q + b_1q^2 = 135 \end{cases}$. Далее: $\begin{cases} b_1(1+q) = 108 \\ b_1q(1+q) = 135 \end{cases}$, $\begin{cases} b_1(1+q) = 108 \\ q \cdot 108 = 135 \end{cases}$. Отсюда $q = \frac{5}{4}$,

$$b_1 = 48.$$

$$2) b_2 = 48 \cdot \frac{5}{4} = 60, b_3 = 60 \cdot \frac{5}{4} = 75.$$

Модель 1

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
4	Ход решения верный, оба его шага выполнены, получен верный ответ.
3	Ход решения верный, решение доведено до конца, но допущена одна вычислительная ошибка и ответ отличается от правильного.
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям.

Модель 2

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
3	Ход решения верный, оба его шага выполнены, получен верный ответ.
2	Ход решения верный, решение доведено до конца, но допущена одна вычислительная ошибка или описка и ответ отличается от правильного.
1	Верно найдены q и первый член прогрессии, но решение не завершено. Или: ход решения верный, но допущены две вычислительные ошибки или описки.
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям.

20

Прямая $2x + 3y = c$, где c – некоторое число, касается гиперболы $y = \frac{6}{x}$ в точке с отрицательными координатами. Найдите c .

//Ответ: $c = -12$.

//Решение. Из уравнения $2x + 3y = c$ выразим y : $y = -\frac{2}{3}x + \frac{c}{3}$. Графики функций $y = -\frac{2}{3}x + \frac{c}{3}$ и $y = \frac{6}{x}$ имеют единственную общую точку в том и только том случае, если уравнение $-\frac{2}{3}x + \frac{c}{3} = \frac{6}{x}$ имеет один корень.

Получаем: $2x^2 - cx + 18 = 0$; $D = c^2 - 144 = 0$; $c = \pm 12$. Так как точка касания имеет отрицательные координаты, то $c < 0$ (учащиеся могут придти к этому выводу хотя бы из геометрических соображений). Поэтому условию задачи удовлетворяет только $c = -12$ (в этом случае получаем прямую $y = -\frac{2}{3}x - 4$, которая касается ветви гиперболы, расположенной в третьей четверти, т.е. в точке с отрицательными координатами).

Комментарий. Подробное обоснование, почему выбрано значение $c < 0$, не требуется. Возможно, наличие схематического рисунка.

Модель 1

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
6	Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ.
5	Ход решения верный, все его шаги выполнены, но допущена вычислительная ошибка или описка.
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям.

Модель 2

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
4	Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ.
3	Ход решения верный, все его шаги выполнены, но допущена вычислительная ошибка или описка.
2	Значение c выбрано неверно.
1	Указаны значения $c = \pm 12$.
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям.

21

Из пункта А в пункт В, расположенный ниже по течению реки, отправился плот. Одновременно навстречу ему из пункта В вышел катер. Встретив плот, катер сразу повернул и поплыл назад. Какую часть пути от А до В пройдет плот к моменту возвращения катера в пункт В, если скорость катера в стоячей воде вчетверо больше скорости течения реки?

//Ответ: плот пройдет $\frac{2}{5}$ всего пути.

//Решение. Пусть скорость течения реки (и плота) x км/ч. Тогда скорость катера против течения равна $4x - x = 3x$ км/ч, а по течению $4x + x = 5x$ км/ч. Следовательно, скорость катера против течения в 3 раза больше скорости плота, а по течению – в 5 раз больше скорости плота. Если плот до встречи проплыл S км, то катер – в 3 раза больше, т.е. $3S$ км. После встречи катер пройдет $3S$ км, а плот – в 5 раз меньше, т.е. $\frac{3S}{5}$ км. Всего плот пройдет

$$S + \frac{3S}{5} = \frac{8S}{5}. \text{ Отношение пройденного плотом пути ко всему пути равно } \frac{\frac{8S}{5}}{4S} = \frac{2}{5}.$$

Другое возможное решение. Пусть скорость течения реки (и плота) x км/ч. Тогда скорость катера против течения равна $4x - x = 3x$ км/ч, а по течению $4x + x = 5x$ км/ч. Скорость сближения катера и плота равна $x + 3x = 4x$ км/ч. Встреча произошла через $\frac{AB}{4x}$ ч. За это время плот проплыл $x \cdot \frac{AB}{4x} = \frac{AB}{4}$ км,

а катер – $\frac{3AB}{4}$ км. Обратный путь катер пройдет за $\frac{\frac{3AB}{4}}{5x} = \frac{3AB}{20x}$ ч. Плот за это

время проплывет расстояние, равное $x \cdot \frac{3AB}{20x} = \frac{3AB}{20}$ км, а всего он проплывет

$$\frac{AB}{4} + \frac{3AB}{20} = \frac{2AB}{5} \text{ км.}$$

Модель 1

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
6	Ход решения верный, все его шаги выполнены, получен верный ответ.
5	Ход решения верный, все его шаги выполнены, но допущена одна ошибка – в преобразованиях или в вычислениях, с ее учетом дальнейшие шаги выполнены правильно.
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям.

Модель 2

Баллы	Критерии оценки выполнения задания
4	Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ.
3	Ход решения верный, все его шаги выполнены, но допущена вычислительная ошибка или описка.
2	Найдены части пути, которые проплывет плот до и после встречи, но решение не доведено до конца и не найдена часть всего пути от А до В, пройденная плотом.
1	Найдены части пути, которые проплывет плот до и после встречи, но решение не доведено до конца и допущена одна арифметическая ошибка.
0	Другие случаи, не соответствующие указанным критериям.